

ИССЛЕДОВАНИЕ РАВНОМЕРНО НАГРУЖЕННОЙ МНОГОПРОЛЕТНОЙ НЕРАЗРЕЗНОЙ БАЛКИ

А. С. Гуськова,

студент

Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана, Москва

Аннотация. Выполнен расчет многопролетной неразрезной балки, основанный на раскрытии статической неопределимости с помощью уравнений трех моментов. Определены реакции в промежуточных опорах и максимальные моменты по длине балки с различным количеством промежуточных опор, проведен анализ их величины в зависимости от расположения опор.

Ключевые слова: неразрезная многопролетная балка, уравнение трех моментов, промежуточные опоры, изгибающий момент.

STUDY OF UNIFORMLY LOADED CONTINUOUS BEAM

Abstract. The calculation of a multispan continuous beam based on the disclosure of static indeterminacy using the three-moment equation has been performed. The dependences of the reactions in the intermediate supports and the maximum bending moment along the length of the beam depending on the number of supports are determined and their values are analyzed.

Keywords: continuous beam, three-moment equation, intermediate supports, bending moment.

Цель работы — исследование нагруженности многопролетной неразрезной балки в зависимости от количества и места расположения опор.

Неразрезные многопролетные балки являются одним из видов статически неопределимых систем и часто используются в строительстве и машиностроении. Поэтому задача расчета неразрезных многопролетных балок и анализа их нагруженности является весьма актуальной.

В докладе предлагается найти зависимость величины нагрузки на многопролетную балку от количества промежуточных опор.

Рассмотрим расчетную схему многопролетной неразрезной балки с равными пролетами, n промежуточными опорами и равномерно распределенной по ней нагрузкой q (рис. 1).

Для выбора основной системы в тело балки введем шарниры над промежуточными опорами [1].

Используя правило трех моментов запишем систему уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} M_0 l + 2M_1 \cdot 2l + M_2 l = -6EI_y (\alpha_{1,1} + \alpha_{1,2}) \\ M_1 l + 2M_2 \cdot 2l + M_3 l = -6EI_y (\alpha_{2,2} + \alpha_{2,3}) \\ \dots\dots\dots \\ M_{n-1} l + 2M_n \cdot 2l + M_{n+1} l = -6EI_y (\alpha_{n,n} + \alpha_{n,n+1}) \end{array} \right., \quad (1)$$

где $\alpha_{n,n}$ ($\alpha_{n,n+1}$) — угол поворота сечения на правой (левой) опоре левого (правого) пролета от промежуточной опоры с номером n , вызванный внешними силами, приложенными к левому (правому) пролету; M_n — неизвестные моменты во врезанных шарнирах [1].

Для случая с равными пролетами

$$\alpha_{n,n} = \alpha_{n,n+1} = \frac{ql^3}{24EI_y}. \quad (2)$$

Подставим (2) в (1) и с учетом того, что $M_0 = M_{n+1} = 0$, получим n уравнений с n неизвестными, откуда найдем неизвестные моменты M_n в шарнирах.

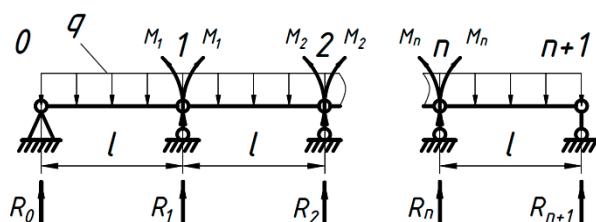


Рис. 1. Схема распределения нагрузки на роликовую планку

Таблица 1

Реакции в опорах неразрезной многопролетной балки в зависимости от количества промежуточных опор

Реакции в опорах, Н	Количество промежуточных опор, шт.									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
R_0	42,19	30,00	22,10	17,76	14,78	12,68	11,09	9,86	8,87	8,07
R_1	140,63	82,50	64,29	50,92	42,55	36,44	31,89	28,35	25,51	23,19
R_2	42,19	82,50	52,23	43,82	36,06	31,01	27,11	24,10	21,69	19,72
R_3	—	30,00	64,29	43,82	38,22	32,37	28,41	25,24	22,72	20,65
R_4	—	—	22,10	50,92	36,06	32,37	27,98	24,95	22,44	20,40
R_5	—	—	—	17,76	42,55	31,01	28,41	24,95	22,53	20,46
R_6	—	—	—	—	14,78	36,44	27,11	25,24	22,44	20,46
R_7	—	—	—	—	—	12,68	31,89	24,10	22,72	20,40
R_8	—	—	—	—	—	—	11,09	28,35	21,69	20,65
R_9	—	—	—	—	—	—	—	9,86	25,51	19,72
R_{10}	—	—	—	—	—	—	—	—	8,87	23,19
R_{11}	—	—	—	—	—	—	—	—	—	8,07

При решении уравнений равновесия для каждого из пролетов определяются реакции R :

$$R_{n,n} = \frac{ql^2}{2} + M_{n-1} - M_n, [\text{Н}];$$

$$R_{n,n+1} = \frac{ql^2}{2} - M_n + M_{n+1}, [\text{Н}], \quad (3)$$

где первый индекс реакции опоры обозначает ее номер, а второй — номер пролета.

Реакции в каждой промежуточной опоре:

$$R_n = R_{n,n} + R_{n,n+1}, [\text{Н}]. \quad (4)$$

Максимальный изгибающий момент по всей длине балки равен наибольшему из всех найденных экстремумов в каждом из пролетов [2]:

$$M_{\max} = \max \{M_x^1(x_{\max}), M_x^2(x_{\max}), \dots, M_x^{n+1}(x_{\max})\}, [\text{Н} \cdot \text{м}]. \quad (5)$$

Как показали расчеты по формулам (1)–(5), в зависимости от количества промежуточных опор, максимальная реакция будет приходиться на первую промежуточную опору, что хорошо видно из данных табл. 1, а максимальный изгибающий момент будет всегда на месте правой опоры первого пролета (рис. 2). Покажем это для балки длиной $L = 2,7$ м с распределенной по ней нагрузкой $q = 225$ Н/м (рис. 2–3, табл. 1).

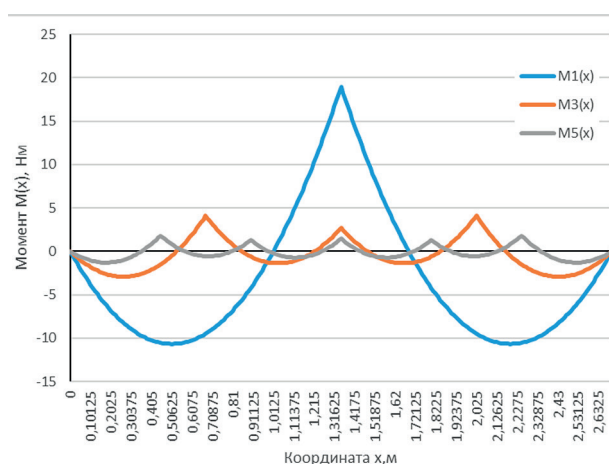


Рис. 2. Величины изгибающих моментов в неразрезной многопролетной балке в зависимости от количества промежуточных опор (для 1, 3 и 5 опор)

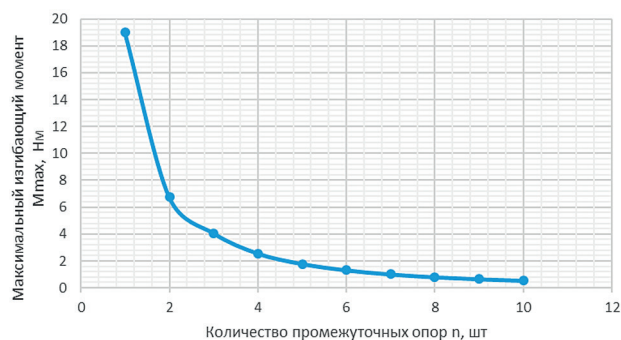


Рис. 3. Зависимость значения максимального изгибающего момента неразрезной многопролетной балки от количества промежуточных опор

Выводы

1. На основании проведенных расчетов установлено, что для равномерно нагруженной неразрезной балки с равными пролетами, в независимости от количества опор, максимально нагруженной во всех случаях является первая промежуточная опора.

2. Для уменьшения нагрузки (изгибающего момента) в пролете неразрезной балки с равномерно распределенной нагрузкой и увеличения долговечности конструкции рекомендовано увеличить количество промежуточных опор.

Список литературы

1. *Феодосьев В.И.* Соппротивление материалов. М. : Наука, 1986. 512 с.
2. *Тимошенко С.П.* Соппротивление материалов. Т. 1. 2-е изд. М. : Наука, 1965. 364 с.